



پاسخ سؤال (۱) گزینه ۱

$$\begin{aligned} f(-1) &= -2a + 8a - 4a - b = 3 \\ g(-1) &= -a - 8 - 2b = 3 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 2a - b = 3 \\ -a - 2b = 11 \end{cases} \rightarrow -5a = 5 \rightarrow a = -1 \rightarrow b = -5$$

$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 + 8x + 9 \\ g(x) = x^2 + 8x + 10 \end{cases}$$

$$2x^2 + 8x + 9 = x^2 + 8x + 10$$

$$x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow x = 1 \quad \text{طول نقطه تلاقی}$$

$$f(1) = 2 + 8 + 9 = 19$$

$$1 + 19 = 20$$

پاسخ سؤال (۲) گزینه ۴

$$f(a) = \frac{2a-1}{a+3} = \frac{1}{4} \rightarrow 8a-4 = a+3 \rightarrow 7a = 7 \rightarrow a = 1$$

$$\frac{3}{2}a - \frac{1}{4} = \frac{3}{2}(1) - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$f\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{2\left(\frac{5}{4}\right) - 1}{\frac{5}{4} + 3} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{17}{4}} = \frac{6}{17}$$

پاسخ سؤال (۳) گزینه ۴

$$(y^3, y^2), (y^3, 2y-1) \rightarrow y^2 = 2y-1 \rightarrow y^2 - 2y + 1 = 0 \rightarrow (y-1)^2 = 0 \rightarrow y = 1$$

$$f = \{(x^2 - x, x), (1, 1), (2x, x^2), (1, x+2)\}$$

$$(1, 1), (1, x+2) \rightarrow x+2 = 1 \rightarrow x = -1$$

$$f = \{(2, -1), (1, 1), (-2, 1)\}$$

$$D_f = \{2, 1, -2\} \quad 2 + 1 - 2 = 1$$



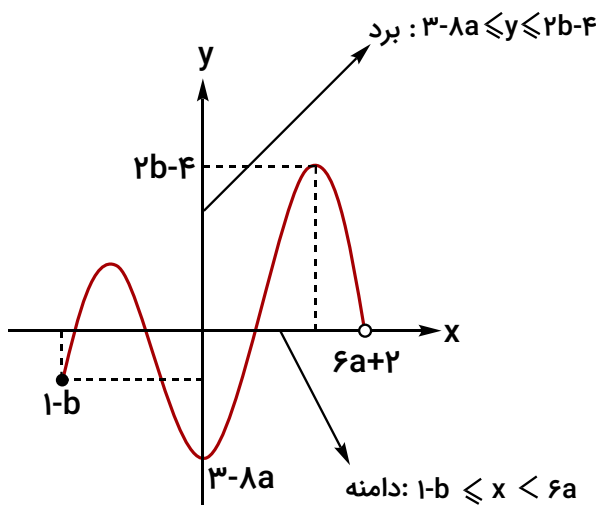
$$R_f = \{-1, 1, 1\}$$

$$-1 + 1 + 1 = 1$$

$$D_f - R_f = 1 - 1 = 0$$

پاسخ سؤال ۴) گزینه ۲

گام اول: با توجه به نمودار، محدوده ی دامنه و برد را مشخص می کنیم:



گام دوم: سؤال، برد را به صورت $-b-1 \leq y \leq 12$ داده که با محدوده ی $\underbrace{3-4a}_{-b-1} \leq y \leq \underbrace{2b-4}_{12}$ برابر است،

پس:

$$2b-4=12 \rightarrow 2b=16 \rightarrow b=8$$

$$3-4a=-b-1 \xrightarrow{b=8} 3-4a=-9 \rightarrow 4a=12 \rightarrow a=\frac{12}{4}=\frac{3}{1}$$

گام سوم: با جایگذاری $a=\frac{3}{1}$ و $b=8$ در $1-b \leq x < 6a+2$ ، دامنه به دست می آید:

$$1-8 \leq x < 6\left(\frac{3}{1}\right)+2 \rightarrow -7 \leq x < 20$$



پاسخ سؤال ۵) گزینه ۳

گام اول: شیب خط گذرنده از دو نقطه‌ی $A(a, -2a)$ و $B(-a, 4a)$ را حساب می‌کنیم.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4a - (-2a)}{-a - a} = \frac{6a}{-2a} = -3$$

گام دوم: تا اینجا ضابطه‌ی تابع به صورت $f(x) = -3x + h$ شد. مقدار $f(2)$ و $f(5)$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(2) = -3(2) + h = -6 + h \\ f(5) = -3(5) + h = -15 + h \end{cases}$$

گام سوم: با جایگذاری دو مقدار بالا در معادله‌ی $f(2) + f(5) = 9$ داریم:

$$(-6 + h) + (-15 + h) = 9 \rightarrow 2h - 21 = 9 \rightarrow 2h = 30 \rightarrow h = 15 \xrightarrow{\text{ضابطه}} f(x) = -3x + 15$$

گام چهارم: نقطه‌ی $A(a, -2a)$ روی خط $y = -3x + 15$ است. پس:

$$-2a = -3a + 15 \rightarrow a = 15$$

گام پنجم: مجموع طول نقطه‌ی A و عرض نقطه‌ی B برابر است با:

$$x_A + x_B = a + 4a = 5a = 5(15) = 75$$

پاسخ سؤال ۶) گزینه ۴

گام اول: شیب خط $y + 2x = 7$ را حساب می‌کنیم:

$$y = \underset{\text{شیب}}{-2} x + 7$$

گام دوم: وقتی دو خط برخورد ندارند، با هم موازی‌اند، پس شیب‌هایشان برابر است؛ در نتیجه:

$$m = -2$$

پس ضابطه‌ی f به صورت $f(x) = -2x + h$ است.

گام سوم: مقدار $f(4)$ و $f(-1)$ را حساب می‌کنیم:



$$\begin{cases} f(x) = -2x + h \xrightarrow{x=4} f(4) = -2(4) + h = -8 + h \\ f(x) = -2x + h \xrightarrow{x=-1} f(-1) = -2(-1) + h = 2 + h \end{cases}$$

گام چهارم: از تساوی $f(4) = 2f(-1)$ مقدار h را پیدا می کنیم:

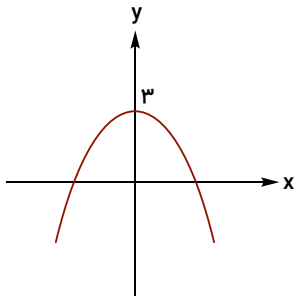
$$f(4) = 2f(-1) \rightarrow -8 + h = 4 + 2h \rightarrow h = -12$$

گام پنجم: ضابطه ی تابع به صورت $f(x) = -2x - 12$ شد و داریم:

$$f(1) = -2(1) - 12 = -2 - 12 = -14$$

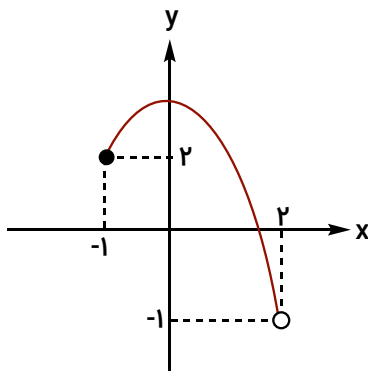
پاسخ سؤال (۷) گزینه ۲

برد تابع $f(x)$ را به کمک رسم به دست می آوریم:



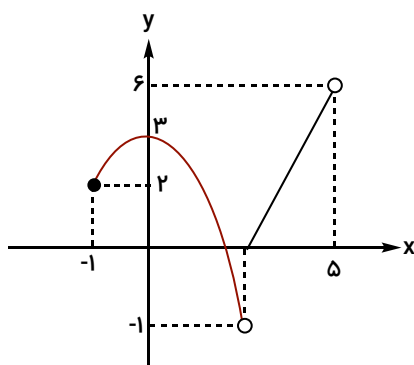
ابتدا سهمی $3 - x^2$ را رسم می کنیم.

حالا ناحیه ی بین $-1 \leq x < 2$ را مشخص می کنیم.



x	-1	2
$3 - x^2$	2	-1

حالا در بازه ی $2 < x \leq 5$ خط $2x - 4$ را نیز رسم می کنیم:



x	2	5
$2x - 4$	0	6



پاسخ سؤال ۸) گزینه ۳

دامنه f شامل اعداد $x = \pm 1$ نمی شود (چون مخرج کسر را صفر می کنند).

پس اشتراک دامنه f, g فقط یک عضو دارد:

$$D_{fg} = D_f \cap D_g = \{-2\}$$

مقدار تابع fg را در $x = -2$ حساب می کنیم:

$$(f \cdot g)(-2) = f(-2) \times g(-2) = (2+b)(10) = 20 + 10b$$

پس fg را به صورت $\{(-2, 20 + 10b)\}$ است.

آن را با $\{(a, 20)\}$ برابر قرار می دهیم:

$$\begin{cases} a = -2 \\ 2 + 10b = 20 \rightarrow b = 0 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$a - b = -2 - 0 = -2$$

پاسخ سؤال ۹) گزینه ۴

اول اشتراک دامنه ها را پیدا می کنیم:

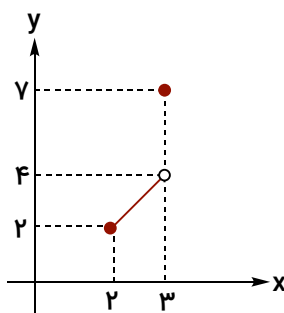
$$D_f \cap D_g = (2 \leq x \leq 3)$$

به ازای $2 \leq x \leq 3$ و $x = 3$ ، ضابطه ی $f - g$ را می نویسیم:

$$2 \leq x \leq 3 \xrightarrow{[x]=2} \begin{cases} f(x) = x[x] = 2x \\ g(x) = 2 \text{sign}(x) = 2 \end{cases} \rightarrow (f-g)(x) = 2x - 2$$

x	2	3
y	2	4

نمودار را رسم می کنیم:





پاسخ سؤال ۱۰) گزینه ۱

$$\begin{cases} (m, a^2) \\ (m, 2a+3) \end{cases} \rightarrow a^2 = 2a+3 \rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \rightarrow (a-3)(a+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a-3=0 \rightarrow a=3 \\ a+1=0 \rightarrow a=-1 \end{cases}$$

اگر $a=3$ باشد، داریم:

$$f = \{(m, 9), (3, 5), (0, 6), (-1, b)\}$$

دو زوج مرتب $(m, 9)$ و $(-1, b)$ نمی توانند برابر باشند، زیرا m مساوی -1 نیست، زیرا عددی طبیعی معرفی شده است. پس در این حالت دامنه تابع چهار عضوی است و در نتیجه $a=3$ غیر قابل قبول است.

اگر $a=-1$ باشد، داریم:

$$f = \{(m, 1), (-1, 5), (0, -2), (-1, b)\}$$

همانطور که می بینیم $(m, 1)$ تکراری است.

F تنها در صورتی تابع است که $b=5$ باشد، در این صورت چون m عددی طبیعی و در نتیجه مخالف صفر و -1 است، دامنه ی تابع سه عضوی است و مجموع اعضای برد آن برابر است با:

$$1+5-2=4$$

پاسخ سؤال ۱۱) گزینه ۴

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{x-1}{2x+3} \end{cases} \quad A = \left\{-1, \frac{a}{2}\right\}, \quad B = \{3, 4b\}$$

$$f(-1) = \frac{-1-1}{2(-1)+3} = \frac{-2}{-2+3} = \frac{-2}{1} = -2$$



پاسخ سؤال ۱۲) گزینه ۲

تابع خطی f از نقاط $(2, -3)$ و $(-1, 4)$ عبور می کند. پس باید معادله خط (معادله تابع خطی f) را بنویسیم. ابتدا شیب خط را می یابیم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-3)}{-1 - 2} = \frac{4 + 3}{-3} = -\frac{7}{3}$$

حال با داشتن شیب خط $m = -\frac{7}{3}$ و مختصات یکی از نقاط به دلخواه (مثلاً $(2, -3)$) معادله خط را می نویسیم:

$$y = mx + n \xrightarrow[m = -\frac{7}{3}]{x=2, y=-3} -3 = \left(-\frac{7}{3}\right)(2) + n \rightarrow -3 + \frac{14}{3} = n$$

$$\rightarrow \frac{-9 + 14}{3} = n \rightarrow n = \frac{5}{3} \rightarrow y = f(x) = -\frac{7}{3}x + \frac{5}{3}$$

برای یافتن محل تلاقی نمودار با محور x ها کافیست به جای y یا $f(x)$ عدد صفر را قرار دهیم:

$$0 = -\frac{7}{3}x + \frac{5}{3} \rightarrow \frac{7}{3}x = \frac{5}{3} \xrightarrow{\times 3} 7x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{7}$$

پاسخ سؤال ۱۳) گزینه ۲

نمودار تابع $f(x) = x^2$ را سه واحد به سمت راست و نه واحد به سمت بالا انتقال داده ایم، پس ضابطه ی تابع جدید به صورت:

$$g(x) = (x-3)^2 + 9 = x^2 - 6x + 9 + 9 = x^2 - 6x + 18$$

نمودار جدید $(g(x))$ با نمودار قدیم $(f(x))$ در یک نقطه متقاطع اند که آن را می یابیم:

$$g(x) = f(x)$$

$$x^2 - 6x + 18 = x^2 \rightarrow x = \frac{-18}{-6} = 3$$



$$f(x) = x^2 \xrightarrow{x=3} f(x) = 3^2 = 9$$

یعنی این دو تابع در نقطه‌ی (۳، ۹) متقاطع اند؛ پس:

$$a+b=3+9=12$$

.....

پاسخ سؤال ۱۴) گزینه ۳

$$\{(6,1), (k-1,1), (2,-1), (3,2)\}$$

با توجه به تعریف تابع، داریم:

$$k-1=6 \rightarrow k=7 \rightarrow f=\{(6,1), (2,-1), (3,2)\} \quad \times \text{ (رابطه تابع می شود)}$$

$$k-1=2 \rightarrow k=3 \rightarrow f=\{(6,1), (2,1), (2,-1), (3,2)\} \quad \checkmark$$

$$k-1=3 \rightarrow k=4 \rightarrow f=\{(6,1), (3,1), (2,-1), (3,2)\}$$

پس به ازای ۴ یا ۳ k رابطه فوق تابع نیست که مجموع آنها برابر ۳+۴=۷ است.

.....

پاسخ سؤال ۱۵) گزینه ۴

از آنجایی که مقدار $f(5) = -3$ ، پس در تابع $f(x+2)$ به جای x بایستی، مقدار ۳ قرار می دهیم تا مقدار داخل پرانتز ورودی f برابر ۵ شود. پس داریم:

$$f(3+2) = \frac{9-3a}{2a-9} \rightarrow f(5) = \frac{9-3a}{2a-9} \rightarrow \frac{9-3a}{2a-9} = -3$$

$$\rightarrow -6a + 27 = 9 - 3a \rightarrow 18 = 3a \rightarrow a = 6$$

پس ضابطه‌ی تابع به صورت $f(x+2) = \frac{x^2-6x}{3}$ است و مقدار $f(11)$ برابر است با:

$$f(11) = f(9+2) = \frac{11-54}{3} = \frac{27}{3} = 9$$



پاسخ سؤال ۱۶) گزینه ۱

ابتدا با استفاده از نقاط $(2, 1)$ و $(9, -\frac{5}{2})$ ، ضابطه تابع خطی را می نویسیم:

$$m = \frac{1 - (-\frac{5}{2})}{2 - 9} = \frac{\frac{7}{2}}{-7} = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2) \rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \rightarrow h = 2$$

اینک محل تلاقی این تابع با محورهای مختصات را به دست می آوریم:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$x = 0 \rightarrow y = 2 \rightarrow A(0, 2)$$

$$y = 0 \rightarrow -\frac{1}{2}x + 2 = 0 \rightarrow -\frac{1}{2}x = -2 \rightarrow x = 4 \rightarrow B(4, 0)$$

اینک با توجه به اینک سهمی محور x ها را در طول های -1 و 4 و محور y ها را با عرض 2 قطع می کند، معادله سهمی را می نویسیم:

$$g(x) = a(x+1)(x-4)$$

$$2 = a(0+1)(0-4) \rightarrow 2 = -4a \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$g(x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 3x - 4) \rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 \rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}, c = 2$$

و در نهایت، خواهیم داشت:

$$\rightarrow \frac{c+h}{a+b+m} = \frac{2+2}{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$$



پاسخ سؤال ۱۷) گزینه ۲

ابتدا در ضابطه‌ی تابع f ، چون نمودار سه واحد به چپ منتقل کرده‌ایم. متغیر x را به $x+3$ تبدیل می‌کنیم تا تابع جدید به دست آید:

$$g(x)=f(x+3)=(x+3)^2-11(x+3)+8 \rightarrow x^2+6x+9-11x-33+8 = x^2-5x-16$$

اینک تابع $g(x)$ را با $y=|x|$ تلاقی می‌دهیم:

$$x^2-5x-16=|x|$$

$$1) x \geq 0 : x^2-5x-16=x \rightarrow x^2-6x-16=0 \rightarrow (x-8)(x+2)=0 \rightarrow \begin{cases} x=8 > 0 & \checkmark \\ x=-2 < 0 & \times \end{cases}$$

$$2) x < 0 : x^2-5x-16=-x \rightarrow x^2-4x-16=0 \xrightarrow{\Delta \text{ به روش } \Delta} \begin{cases} x=2+\sqrt{20} & \times \\ x=2-\sqrt{20} < 0 & \checkmark \end{cases}$$

بنابراین نقاط به طول‌های $x_1=8$ و $x_2=2-2\sqrt{5}$ نقاط تلاقی دو تابع هستند که مجموع آنها برابر است با:

$$8+2-2\sqrt{5}=10-2\sqrt{5}=2(5-\sqrt{5})$$

پاسخ سؤال ۱۸) گزینه ۴

مطابق شکل، نمودار $f(x)=|x|$ دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت پایین رفته است. پس ضابطه آن به صورت $f(x)=|x+2|-1$ خواهد بود.

با مقایسه‌ی این تابع با ضابطه‌ی $f(x)=|x-a|-b$ واضح است که:

$$a=-2$$

$$\rightarrow f(a+b)=f(-2+1)=f(-1)=|-1+2|-1=0$$

$$b=1$$



پاسخ سؤال ۱۹) گزینه ۴

مقدار $x-2$ و همچنین x در بازه‌ی $-\frac{11}{4} < x < -\frac{5}{2}$ منفی است، پس داریم:

$$f(x) = [3x - |x-2|] + |x| = [3x + x - 2] - x = [4x] - 2 - x$$

از طرفی واضح است که:

$$-\frac{11}{4} < x < -\frac{5}{2} \xrightarrow{\times 4} -11 < 4x < -10 \rightarrow [4x] = -11$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت زیر خواهد بود:

$$f(x) = -11 - 2 - x = -x - 13 = ax + b \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -13 \end{cases} \rightarrow ab = 13$$

پاسخ سؤال ۲۰) گزینه ۱

با توجه به توابع $f = \{(1, 3), (3, 6), (-3, 6)\}$ و $g = \{(-3, 2), (1, -4), (2, 0)\}$ و رابطه‌ی $\left(\frac{f}{g}\right)(a) = 3$

واضح است که $a = -3$ زیرا:

$$D_f \cap D_g = \{-3, 1\}$$

$$\frac{f(-3)}{g(-3)} = \frac{6}{2} = 3$$

پس داریم: $a + 4 = -3 + 4 = 1$ و مقدار $\left(\frac{f+g}{f-g}\right)(1)$ برابر است با:

$$\frac{f(1)+g(1)}{f(1)-g(1)} = \frac{3+(-4)}{3-(-4)} = -\frac{1}{7}$$



پاسخ سؤال ۲۱) گزینه ۳

مقدار $f(\lambda)$ و $g(\lambda)$ را حساب می کنیم:

$$f(x) = a \left[-\frac{x}{3} \right] + \left[\frac{10}{x} \right] \xrightarrow{x=\lambda} f(\lambda) = a \left[-\frac{\lambda}{3} \right] + \left[\frac{10}{\lambda} \right] = -3a + 1$$

$$g(x) = \text{sign}(x-4) + a \xrightarrow{x=\lambda} g(\lambda) = \text{sign}(-4) + a = -1 + a$$

معادله را حل می کنیم:

$$\left(\frac{f+g}{f-g} \right)(\lambda) = -2 \rightarrow \frac{f(\lambda)+g(\lambda)}{f(\lambda)-g(\lambda)} = -2 \rightarrow \frac{(-3a+1)+(-1+a)}{(-3a+1)-(-1+a)} = -2$$

$$\rightarrow \frac{-2a}{-4a+2} = -2 \rightarrow 8a-4 = -2a \rightarrow 10a=4 \rightarrow a = \frac{4}{10} = 0.4$$

پاسخ سؤال ۲۲) گزینه ۲

گام اول: مؤلفه های دوم تمام زوج مرتب ها را برابر قرار می دهیم.

$$f = \{(-1, a+9), (a, b^2+a), (7, c-a)\} \rightarrow a+9 = b^2+a = c-a$$

گام دوم: از تساوی $a+9 = b^2+a$ نتیجه می گیریم:

$$a+9 = b^2+a \rightarrow b^2=9 \rightarrow b=\pm 3$$

گام سوم: از $a+9 = c-a$ نتیجه می گیریم:

$$a+9 = c-a \rightarrow c=2a+9$$

گام چهارم: عبارت $c+b-2a$ را ساده می کنیم:

$$c+b-2a = 2a+9+b-2a = 9+b$$

گام پنجم: برای آنکه $9+b$ حداقل شود، b را -3 می گیریم:

$$\min(9+b) = 9+(-3) = 6$$



پاسخ سؤال ۲۳) گزینه ۳

گام اول: ضابطه را ساده می کنیم:

$$f(x) = (2x+a)(x-2) + bx^2 + 7x = 2x^2 - 4x + ax - 2a + bx^2 + 7x$$

جملات هم درجه را کنار هم می نویسیم:

$$f(x) = \underbrace{2x^2 + bx^2}_{\text{فاکتور از } x^2} - \underbrace{4x + ax + 7x}_{\text{فاکتور از } x} - 2a = (2+b)x^2 + (-4+a+7)x - 2a = (2+b)x^2 + (3+a)x - 2a$$

گام دوم: ضریب x^2 و x باید صفر باشد:

$$\begin{cases} 2+b=0 \rightarrow b=-2 \\ 3+a=0 \rightarrow a=-3 \end{cases}$$

پس ضابطه ی f به شکل مقابل است:

$$f(x) = \underbrace{(2+b)x^2}_{\text{حذف}} + \underbrace{(3+a)x}_{\text{حذف}} - \underbrace{2a}_{-3} = -2(-3) = 6$$

گام سوم: ضابطه ی f به شکل $f(x)=6$ شد؛ پس هر جا $f()$ دیدیم، به جایش ۶ قرار می دهیم:

$$\underbrace{f(5)}_6 + \underbrace{4f(1)}_6 = 6 + 24 = 30$$

پاسخ سؤال ۲۴) گزینه ۴

گام اول: در هر دو ضابطه بالا و پایین، جای x ها، a قرار می دهیم:

$$\text{ضابطه بالا: } x^2 + 2x - 7 \xrightarrow{x=a} a^2 + 2a - 7$$

$$\text{ضابطه پایین: } x^2 - 4x + 11 \xrightarrow{x=a} a^2 - 4a + 11$$

گام دوم: باید دو مقدار به دست آمده برابر باشند (در غیر این صورت رابطه ی ما تابع نیست)

$$a^2 + 2a - 7 = a^2 - 4a + 11 \rightarrow 2a + 4a = 11 + 7 \rightarrow 6a = 18 \rightarrow a = 3$$



گام سوم: برای به دست آوردن $f(2-\sqrt{3})$ باید سراغ ضابطه با دامنه $x \leq 3$ برویم:
تقریباً ۰/۳

$$x \leq 3: f(x) = x^2 - 4x + 11 = \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{\text{مربع کامل}} + 7 = (x-2)^2 + 7 \xrightarrow{x=2-\sqrt{3}} f(2-\sqrt{3}) = (2-\sqrt{3}-2)^2 + 7$$

$$= (-\sqrt{3})^2 + 7 = 3 + 7 = 10$$

پاسخ سؤال ۲۵) گزینه ۲

گام اول: جای تمام $f(\blacksquare)$ ها، $\blacksquare$ را قرار می دهیم:

$$\underbrace{f(a^2-1)}_{a^2-1} - \underbrace{f(3a^2)}_{3a^2} = \underbrace{f(8a-11)}_{8a-11} \rightarrow a^2-1-3a^2=8a-11=2a^2+8a-10=0$$

گام دوم: با تقسیم طرفین معادله ی بالا بر ۲، آن را حل می کنیم:

$$a^2+4a-5=0 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (a+5)(a-1)=0 \rightarrow \begin{cases} a_1=-5 \\ a_2=1 \end{cases}$$

گام سوم: در هر دو حالت، مقدار $\frac{f(a-3)}{f(a+1)}$ را حساب می کنیم:

$$\frac{f(a-3)}{f(a+1)} = \frac{a-3}{a+1} \begin{cases} \xrightarrow{a_1=-5} \frac{-5-3}{-5+1} = \frac{-8}{-4} = 2 \\ \xrightarrow{a_2=1} \frac{1-3}{1+1} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

پس بیشترین مقدارش برابر با ۲ است.

پاسخ سؤال ۲۶) گزینه ۲

گام اول: نقطه ی $A(2-3a, a+10)$ روی تابع همانی g قرار دارد؛ پس طول و عرضش برابر است:

$$2-3a=a+10 \rightarrow -4a=8 \rightarrow a=-2$$



گام دوم: با جایگذاری $a=-2$ ، نقطه A به صورت مقابل می شود:

$$A\left(\underbrace{2-3a}_8, \underbrace{a+1}_0\right) \rightarrow A(8, 8)$$

گام سوم: چون نقطه $(8, 8)$ روی تابع ثابت f قرار دارد و ضابطه ی تابع ثابت به صورت $f(x)=c$ است؛ پس c باید ۸ باشد:

$$f(x)=8$$

گام چهارم:

$$f(a)+g\left(\frac{a}{2}\right)=\underbrace{f(-2)}_8+\underbrace{g(-1)}_{-1}=8+(-1)=7$$

.....

پاسخ سؤال ۲۷) گزینه ۱

F تابعی ثابت است، آن را به صورت $f(x)=c$ نمایش می دهیم، داریم:

$$f(-1)=f(0)=f(-5)=c$$

$$g \rightarrow g(x)=x \rightarrow g(1)=1, g(2)=2$$

مقادیر فوق را در رابطه جایگذاری می کنیم و خواهیم داشت:

$$(f(-1))^2 + 2f(0) = 3g(1) \rightarrow c^2 + 2c = 3$$

$$c^2 + 2c - 3 = 0 \rightarrow (c-1)(c+3) = 0 \rightarrow c=1, c=-3$$

$$g(2) + (f(-5))^2 = 2 + c^2$$

$$\rightarrow \begin{cases} c=1 \rightarrow \text{عبارت} = 2+1=3 \\ c=-3 \rightarrow \text{عبارت} = 2+9=11 \end{cases} \rightarrow |11-3|=8 \text{ اختلاف}$$

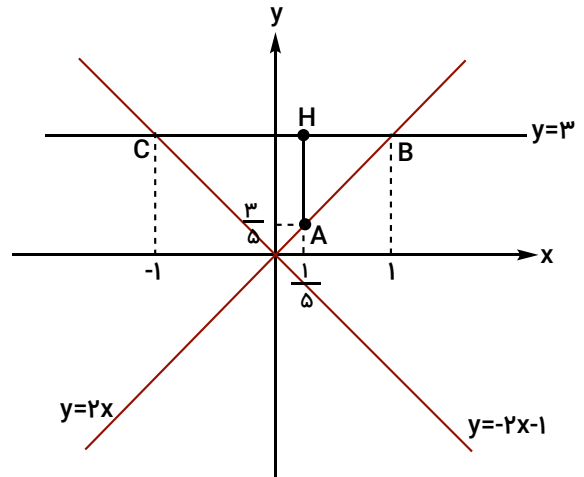
پاسخ سؤال ۲۸) گزینه ۱

می دانیم ضابطه ی تابع همانی به صورت $f(x)=x$ است، پس داریم:

$$\frac{ax^3+bx^2+cx+d}{3x^2-2x+1}=x \rightarrow ax^3+bx^2+cx+d$$

$$=3x^3-2x^2+x \rightarrow a=3, b=-2, c=1, d=0$$

توابع $\rightarrow y=3x, y=-2x+1, y=3$



$$\begin{cases} A: -2x+1=3x \rightarrow x=\frac{1}{5} \rightarrow A \left| \begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \\ 5 \end{matrix} \right. \\ B: 3x=3 \rightarrow x=1 \rightarrow B \left| \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \right. \\ C: -2x+1=3 \rightarrow x=-1 \rightarrow C \left| \begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \right. \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} BC=1-(-1)=2 \\ AH=3-\frac{3}{5}=\frac{12}{5} \end{cases}$$

$$\rightarrow S=\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{12}{5}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$$

پاسخ سؤال ۲۹) گزینه ۴

با توجه به همانی بودن تابع داریم:

$$b=2, a=-b \rightarrow a=-2$$

بررسی گزینه ها:

$$y=\frac{x^2-2}{x-2} \neq x \text{ :گزینه ۲}$$

$$y=\frac{x^2+2x}{x-2} \neq x \text{ :گزینه ۱}$$

$$y=\frac{x^2-2x}{x-2} = x \text{ :گزینه ۴}$$

$$y=\frac{x^2+4}{x+2} \neq x \text{ :گزینه ۳}$$

پاسخ سؤال ۳۰) گزینه ۲

در یک تابع اگر دو زوج مرتب با مولفه های اول برابر وجود داشته باشد، مؤلفه های دوم آن زوج مرتب ها نیز برابرند، پس:

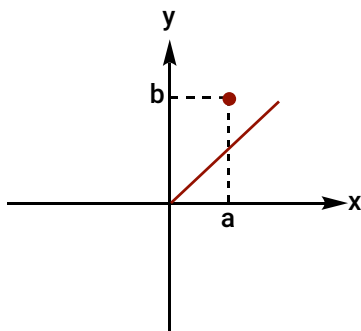
$$(7, m^2 - 4m) = (7, 5) \rightarrow m^2 - 4m = 5 \rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0$$

$$(m - 5)(m + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

به ازای $m = -1$ دو زوج مرتب $(-1, 2)$ و $(-1, 6)$ را خواهیم داشت که شرط تابع بودن را برآورده نمی کند پس $m = 5$ قابل قبول است. بنابراین:

$$f = \{(-1, 2), (7, 5), (5, 6), (2, 5)\}$$

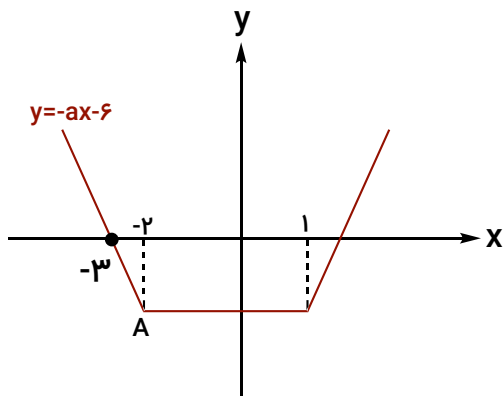
اگر نقطه ای (a, b) شرط مورد نظر را داشته باشد، آنگاه:



$$\rightarrow \begin{cases} (1) b > a \\ (2) b, a > 0 \end{cases}$$

لذا فقط دو نقطه این شرایط را دارند: $(5, 6), (2, 5)$

پاسخ سؤال ۳۱) گزینه ۱



با توجه به اینکه نمودار در فاصله ای ثابت است، پس این فاصله $[-2, 1]$ می باشد و در فاصله ی -2

$x < -2$ ضابطه ی تابع خطی است به معادله ی $y = ax - 6$ و این خط از نقطه ی $(-3, 0)$ می گذرد. پس



$a = -3$ است که در نتیجه $a = -2$ می شود. ضابطه ی این خط به صورت $y = -2x - 6$ می باشد که

به ازای $x = -2$ مقدار $y = -2$ می شود $(A = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix})$. در فاصله ی $x > 1$ ضابطه ی تابع خطی و به صورت

$y = 3x + b$ می باشد و تابع از نقطه ی $(-2, 1)$ می گذرد، پس داریم:

$$-2 = 3 + b \rightarrow b = -5$$

همچنین با توجه به اینکه ضابطه ی تابع در فاصله ی $[-2, 1]$ به صورت تابع ثابت $y = -2$ می باشد، پس $c = 0$ و $d = -2$ است که در نتیجه $d = 2$ می شود.

$$a + b + c + d = -2 + (-5) + (0) + (2) = -5$$

پاسخ سؤال ۳۲) گزینه ۳

می دانیم برای آنکه نمودار تابع خطی از ناحیه ی سوم عبور نکند، باید شیب خط منفی و عرض از مبدأ آن مثبت یا صفر باشد، یعنی در تابع خطی داده شده خواهیم داشت:

$$f(x) = \underbrace{(1-2m)}_{\text{شیب}} x + \underbrace{-m+2}_{\text{عرض از مبدأ}}$$

$$\text{شیب} < 0 \rightarrow 1-2m < 0 \rightarrow -2m < -1 \rightarrow m > \frac{1}{2}$$

$$\text{عرض از مبدأ} > 0 \rightarrow -m+2 > 0 \rightarrow -m > -2 \rightarrow m < 2$$

پاسخ سؤال ۳۳) گزینه ۳

$$f(x) = 2 \left| x + \frac{3}{2} \right| - 1 = \begin{cases} 2 \left(x + \frac{3}{2} \right) - 1 & , \quad x + \frac{3}{2} \geq 0 \\ -2 \left(x + \frac{3}{2} \right) - 1 & , \quad x + \frac{3}{2} < 0 \end{cases}$$



$$= \begin{cases} 2x+2 & , \quad x \geq -\frac{3}{2} \\ -2x-4 & , \quad x < -\frac{3}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{مقایسه با تابع دو ضابطه ای صورت سؤال}} \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \end{cases}$$

$$\rightarrow a+b=2-4=-2$$

پاسخ سؤال ۳۴) گزینه ۱

ابتدا ضابطه ی $(\frac{f}{g})(x)$ را با توجه به دو نقطه ی $(2,1)$ و $(0,0)$ می نویسیم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{1}{2}x$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{-x^2}{g(x)} \rightarrow g(x) = \frac{-x^2}{\frac{1}{2}x} \rightarrow g(x) = -2x$$

پاسخ سؤال ۳۵) گزینه ۳

با توجه به نکات داریم:

$$f = \{(1,3), (2,6), (4,9), (5,2)\}$$

$$g = \{(1,7), (2,5), (3,4), (4,6)\}$$

$$D_f \cap D_g = \{1, 2, 4\}$$

$$\frac{f+g}{f-g} = \left\{ \left(1, \frac{3+7}{3-7}\right), \left(2, \frac{6+5}{6-5}\right), \left(4, \frac{9+6}{9-6}\right) \right\} = \left\{ \left(1, -\frac{5}{2}\right), (2, 11), (4, 5) \right\}$$

پس برد تابع $\frac{f+g}{f-g}$ عبارت است از:

$$D_{\frac{f+g}{f-g}} = \left\{ -\frac{5}{2}, 11, 5 \right\}$$



پاسخ سؤال ۳۶) گزینه ۳

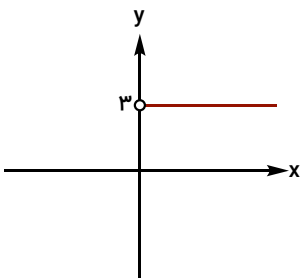
با توجه نمودار داده شده واضح است که $D_g = \mathbb{R}$ و $g(x) = x^2$

و با توجه به تابع $f(x) = x^2 + 3$ ؛ $D_f = \{x | x > 0\}$ داریم:

$$(f-g)_x = f(x) - g(x) = x^2 + 3 - x^2 = 3$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap \{x | x > 0\} = \{x | x > 0\}$$

پس نمودار تابع $(f-g)_{(x)} = 3$ ؛ $D_{f-g} = \{x | x > 0\}$ به صورت زیر است:



پاسخ سؤال ۳۷) گزینه ۳

برای انتقال تابع $f(x)$ به اندازه‌ی چهار واحد به سمت راست، تابع $f(x-4)$ را به دست می‌آوریم:

$$g(x) = f(x-4) = (x-4)^2 + 5(x-4) - 17 = x^2 - 8x + 16 + 5x - 20 - 17 = x^2 - 3x - 21$$

اینک تابع $g(x)$ را با تابع $y = |x|$ تلاقی می‌دهیم:

$$x^2 - 3x - 21 = |x|$$

$$1) \ x \geq 0 : x^2 - 3x - 21 = x \rightarrow x^2 - 4x - 21 = 0 \rightarrow (x-7)(x+3) = \begin{cases} x = -3 & \text{غ ق} \\ x = 7 & \text{ق} \end{cases}$$

$$2) \ x < 0 : x^2 - 3x - 21 = -x \rightarrow x^2 - 2x - 21 = 0 \rightarrow \Delta 4 - 4(1)(-21) = 4 + 84 = 88$$

$$\rightarrow x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{88}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{22}}{2} = 1 \pm \sqrt{22} \xrightarrow{x < 0} x = 1 - \sqrt{22}$$

و مجموع عرض‌ها، برابر است با:

$$y_1 + y_2 = 7 + \sqrt{22} - 1 = 6 + \sqrt{22}$$



پاسخ سؤال ۳۸) گزینه ۳

هر عدد حقیقی را با x نشان می‌دهیم. پس دو برابر آن عدد، منهای یک را با $2x-1$ و مربع دو برابر آن عدد، منهای یک را با $(2x-1)^2$ نشان می‌دهیم. در نتیجه:

$$f(x) = (2x-1)^2$$

$$R_f = \{0, 1, 9\}$$

$$(2x-1)^2 = 0 \rightarrow 2x-1 = 0 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$(2x-1)^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} 2x-1 = 1 \rightarrow x = 1 \\ 2x-1 = -1 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

$$(2x-1)^2 = 9 \rightarrow \begin{cases} 2x-1 = 3 \rightarrow x = 2 \\ 2x-1 = -3 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

بنابراین دامنه‌ی تابع f حداکثر می‌تواند ۵ عضو داشته باشد.

پاسخ سؤال ۳۹) گزینه ۴

ابتدا تابع $f(x)$ را به صورت ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f|2x-1|+2 = \begin{cases} -2x+1+2 & , \quad 2x-1 < 0 \\ 2x-1+2 & , \quad 2x-1 \geq 0 \end{cases}$$

تابع $g(x)$ را ساده‌تر می‌کنیم:

$$g(x) = \begin{cases} \text{sign}(-x) & , \quad 0 < x < \frac{1}{2} \xrightarrow{\frac{1}{2} < -x < 0} \text{sign}(-x) = -1 \\ [3x] & , \quad \frac{1}{2} \leq x < \frac{2}{3} \xrightarrow{\frac{3}{2} \leq 3x < 2} [3x] = 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -1 & , \quad 0 < x < \frac{1}{2} \\ 1 & , \quad \frac{1}{2} \leq x < \frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow (f+2g)(x) = \begin{cases} -2x+3-2 & , \quad 0 < x < \frac{1}{2} \\ 2x+1+2 & , \quad \frac{1}{2} \leq x < \frac{2}{3} \end{cases} = \begin{cases} -2x+1 & , \quad 0 < x < \frac{1}{2} \\ 2x+3 & , \quad \frac{1}{2} \leq x < \frac{2}{3} \end{cases}$$



پاسخ سؤال ۴۰) گزینه ۴

دامنه تابع $f-3g$ از اشتراک دامنه توابع f و g به دست می آید:

$$D_{f-3g} = D_f \cap D_g = \{(1, 2, 5, -1)\} \cap \{2, 5, -1, 4\} = \{2, 5, -1\}$$

مقدار تابع $f-3g$ را در $x=2$ و $x=5$ و $x=-1$ حساب می کنیم.

$$(f-3g)(2) = f(2) - 3g(2) = -6 - 3(8) = -30 \rightarrow \min$$

$$(f-3g)(5) = f(5) - 3g(5) = 1 - 3(6) = -17$$

$$(f-3g)(-1) = f(-1) - 3g(-1) = 2 - 3(-2) = 8 \rightarrow \max$$

اختلاف بزرگترین و کوچکترین عضو برد برابر است با:

$$8 - (-30) = 38$$

پاسخ سؤال ۴۱) گزینه ۳

دامنه f شامل اعداد $x = \pm 1$ نمی شود (چون مخرج کسر را صفر می کنند)

پس اشتراک دامنه f و g فقط یک عضو دارد:

$$D_{fg} = D_f \cap D_g = \{-2\}$$

مقدار تابع fg را در $x = -2$ حساب می کنیم:

$$(f.g)(-2) = f(-2) \times g(-2) = (2+b)(10) = 20 + 10b$$

پس fg را به صورت $\{-2, 20 + 10b\}$ است.

آن را با $\{a, 20\}$ برابر قرار می دهیم:

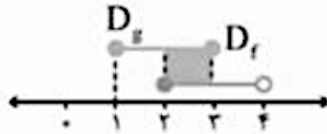
$$\begin{cases} a = -2 \\ 20 + 10b = 20 \rightarrow b = 0 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$a - b = -2 - 0 = -2$$

پاسخ سؤال ۴۲) گزینه ۴

اول اشتراک دامنه ها را پیدا می کنیم:



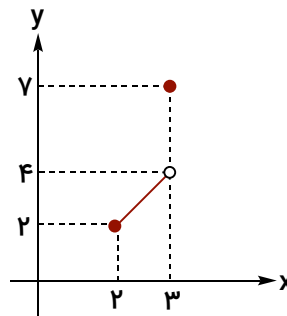
$$D_f \cap D_g = (2 \leq x \leq 3)$$

به ازای $2 \leq x < 3$ و $x=3$ ، ضابطه ی $f+g$ را می نویسیم:

$$2 \leq x < 3 \xrightarrow{[x]=2} \begin{cases} f(x)=x[x]=2x \\ g(x)=2\text{sign}(x)=2 \end{cases} \rightarrow (f-g)(x)=2x-2 \xrightarrow{\text{رسم خط}} \begin{array}{c|c|c} x & 2 & 3 \\ \hline y & 2 & 4 \end{array}$$

$$x=3 \rightarrow (f-g)(3)=f(3)-g(3)=9-2=7$$

نمودار را رسم می کنیم:



پاسخ سؤال ۴۳) گزینه ۲

اول حاصل دو عبارت برآکتی را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} [-2\pi] = [-2(3/14)] = [-6/7] = -7 \\ [\sqrt{50}] = 7 \end{cases}$$

معادله را بازنویسی می کنیم:

$$\text{sign}(2a^2 - 5a - 3) - [-2\pi] = [\sqrt{50}]$$

$$\rightarrow \text{sign}(2a^2 - 5a - 3) + 7 = 7 \rightarrow \text{sign}(2a^2 - 5a - 3) = 0$$

اگر $\text{sign}(\blacksquare) = 0$ باشد، آنگاه باید $\blacksquare$ برابر صفر باشد، پس:

$$\text{sign}(2a^2 - 5a - 3) = 0 \rightarrow 2a^2 - 5a - 3 = 0 \xrightarrow{\Delta=49} a = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm 7}{2a} \rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{12}{2} = 6 \\ a_2 = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

اختلاف مقادیر ممکن برای a برابر است با:

$$3 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

پاسخ سؤال ۴۴) گزینه ۲

نقطه‌ی $A(6, 2)$ روی تابع $f(x) = a \left[\frac{1-x}{3} \right] + b|x-1|$ قرار دارد، پس مختصات آن در ضابطه تابع صدق می‌کند.

$$f(6) = 2 \rightarrow a \left[\frac{1-6}{3} \right] + b|6-1| = 2 \rightarrow a \left[-\frac{5}{3} \right] + 5b = 2 \xrightarrow{\left[-\frac{5}{3} \right] = -2} -2a + 5b = 2$$

نقطه $B(-1, 4)$ روی تابع $f(x) = a \left[\frac{1-x}{3} \right] + b|x-1|$ قرار دارد، پس:

$$f(-1) = 4 \rightarrow a \left[\frac{1-(-1)}{3} \right] + b|-1-1| = 4 \rightarrow a \left[\frac{2}{3} \right] + 2b = 4 \xrightarrow{\left[\frac{2}{3} \right] = 0} 2b = 4 \rightarrow b = 2$$

با جایگذاری $b=2$ در $-2a + 5b = 2$ داریم:

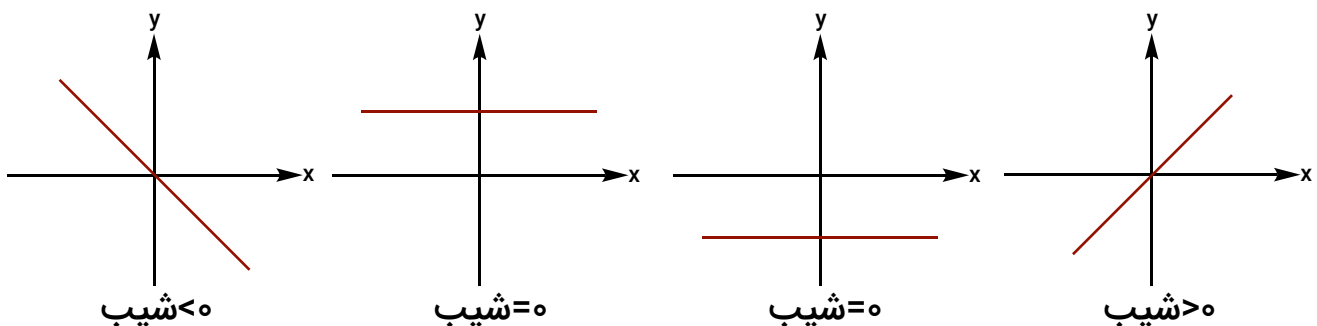
$$-2a + 10 = 2 \rightarrow -2a = -8 \rightarrow a = 4$$

پس:

$$a+b = 4+2 = 6$$

پاسخ سؤال ۴۵) گزینه ۱

تابع خطی در ۴ حالت زیر دقیقاً از دو ناحیه‌ی مختصات عبور می‌کند:



$= 0$ عرض از مبدأ

> 0 عرض از مبدأ

< 0 عرض از مبدأ

$= 0$ عرض از مبدأ



پس باید یکی از مقادیر شیب یا عرض از مبدأ صفر باشد:

اگر شیب صفر باشد:

$$4m-2=0 \rightarrow 4m=2 \rightarrow m=\frac{1}{2}$$

اگر عرض از مبدأ صفر باشد:

$$m^2-3m+2=0 \rightarrow (m-1)(m-2)=0 \rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=2 \end{cases}$$

مجموع مقادیر قابل قبول m :

$$\frac{1}{2} + 1 + 2 = \frac{7}{2}$$

پاسخ سؤال ۴۶) گزینه ۴

دامنه‌ی تابع f شامل $x=\pm 1$ نیست، چوم مخرج آن را صفر می‌کنند، پس:

$$D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

دامنه‌ی تابع g هم شامل مؤلفه‌های اولش است:

$$D_g = \{2, 0, -1, 1\}$$

اشتراک دامنه‌ی f و g را حساب می‌کنیم:

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{2, 0\}$$

مقدار تابع $f+g$ را $x=2$ و $x=0$ به دست می‌آوریم:

$$x=0 : (f+g)(0) = f(0) + g(0) = (-7+a) + \frac{-a}{2} = \frac{a}{2} - 7$$

$$x=2 : (f+g)(2) = f(2) + g(2) = (3+a) + 7 = a+10$$

برای آنکه $f+g$ ثابت باشد باید، $\frac{a}{2} - 7$ و $a+10$ که برد این تابع هستند، یکسان باشند:

$$a+10 = \frac{a}{2} - 7 \rightarrow \frac{a}{2} = -17 \rightarrow a = -34$$



پاسخ سؤال ۴۷) گزینه ۳

$f\left(-\frac{1}{3}\right)$ ، یعنی در تابع f به جای x مقدار $-\frac{1}{3}$ قرار دهیم:

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = 3 \rightarrow \frac{\overbrace{\left[2\left(-\frac{1}{3}\right)\right]^{-a}}^{-1}}{\underbrace{\left[-3\left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right]}_2} \times \overbrace{\text{sign}\left(-\frac{1}{3}\right)}^{-1} = 3 \rightarrow \left(\frac{-1-a}{2}\right)(-1) = 3 \rightarrow \frac{a+1}{2} = 3 \rightarrow a = 5$$

تابع $g(x)$ پلکانی است، بنابراین ضابطه های آن باید عدد ثابت باشد بنابراین در ضابطه ی بالا ضریب x را برابر صفر قرار می دهیم و تابع $g(x)$ را به دست آورده سپس حاصل $g(2)$ را محاسبه می کنیم:

$$3b - 1 = 0 \rightarrow b = \frac{1}{3} \rightarrow g(x) = \begin{cases} 3 & x \geq 0 \\ 15 & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضابطه بالا}} 3$$

در نهایت داریم:

$$a + 3b + g(2) = 5 + 3\left(\frac{1}{3}\right) + 3 = 9$$

پاسخ سؤال ۴۸) گزینه ۱

با توجه به آنکه $D_f = \{-2, -1, 2, 3\}$ مقادیر زیر را حساب می کنیم:

$g(3) = 7$ ، $g(2) = 5$ ، $g(-1) = -3$ و $g(-2) = -4$ برای چهار عضو بالا حاصل $g-1$ هیچگاه صفر نمی شود،

بنابراین:

$$D_{\frac{f+g}{g-1}} = \{-2, -1, 2, 3\}$$

$$\frac{f+g}{g-1} = \left\{ \left(-2, \frac{-1}{-5}\right), \left(-1, \frac{1}{-4}\right), \left(2, \frac{5}{4}\right), \left(3, \frac{10}{6}\right) \right\}$$

$$\text{حاصل ضرب اعضای برد} = \frac{1}{5} \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times \frac{5}{4} \times \frac{10}{6} = -\frac{10}{96} = -\frac{5}{48}$$



پاسخ سؤال ۴۹) گزینه ۱

ابتدا ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را به دست می‌آوریم:

چون از اضبطه‌ی اول (خط سمت چپ) ۲ نقطه مشخص است، از آن شروع می‌کنیم:

$$A(-1,0), B(0,2) \rightarrow m = \frac{2-0}{0-(-1)} = 2$$

$$\rightarrow y = 2x + h \xrightarrow{h=2} y = 2x + 2$$

در محل تعویض ضابطه‌ها (نقطه‌ی متعلق به هر ۲ ضابطه) عرض نمودار برابر ۵ است. پس طول

آن را به دست می‌آوریم:

$$y = 5 \rightarrow 5 = 2x + 2 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

حال با ۲ نقطه‌ی $C(\frac{3}{2}, 5)$ و $D(\frac{3}{2}, 0)$ ضابطه‌ی دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$m = \frac{5-0}{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}} = \frac{5}{-\frac{2}{2}} = \frac{5}{-1} = -\frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + h \xrightarrow{(\frac{3}{2}, 5)}$$

$$5 = -\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + h \rightarrow 5 = -\frac{3}{4} + h \rightarrow h = 5 + \frac{3}{4} \rightarrow h = \frac{23}{4}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{23}{4} \rightarrow g(x) = \begin{cases} 2x+2, & x < \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2}x + \frac{23}{4}, & x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$D_g = \mathbb{R}, D_f = \left\{-\frac{3}{2}, 2, 4\right\} \rightarrow D_f \cap D_g = \left\{-\frac{3}{2}, 2, 4\right\}$$

$$(f+g)\left(-\frac{3}{2}\right) = f\left(-\frac{3}{2}\right) + g\left(-\frac{3}{2}\right) = 1 + 2\left(-\frac{3}{2}\right) + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = -4 + \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 + \frac{23}{4} = -4 - 1 + \frac{23}{4} = \frac{3}{4}$$



$$(f+g)(4) = f(4) + g(4) = -2 + 2 \left(-\frac{1}{2}\right)(4) + \frac{23}{4} = -2 - 2 + \frac{23}{4} = \frac{7}{4}$$

$$R_{f+g} = \left\{0, \frac{3}{4}, \frac{7}{4}\right\}$$

$$\text{مجموع اعضای برد} = 0 + \frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

پاسخ سؤال ۵۰) گزینه ۳

چون f یک تابع ثابت است:

$$f(m) = f(n) = k$$

$$f(m) + f(n) = f(m) \cdot f(n) \rightarrow k + k = k^2 \rightarrow 2k = k^2 \rightarrow \begin{cases} k=2 \\ k=0 \end{cases}$$

بررسی تابع همانی:

$$2n^2 - 7n + 1 = -k \rightarrow \begin{cases} k=0 : 2n^2 - 7n + 1 = 0 \rightarrow n \notin \mathbb{N} \\ k=2 : 2n^2 - 7n + 1 = -2 \rightarrow 2n^2 - 7n + 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} n=3 \quad \checkmark \\ n=\frac{1}{2} \quad \times \end{cases} \end{cases}$$

$$m^2 - 4m + 6 = 3(2) \rightarrow m^2 - 4m + 6 = 6 \rightarrow m^2 - 4m = 0 \rightarrow \begin{cases} m=0 \quad \times \\ m=4 \quad \checkmark \end{cases}$$

$$\rightarrow \left\lfloor \frac{mn}{5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{4(3)}{5} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{12}{5} \right\rfloor = 2$$